

Exercice 1 : Demander le programme. 4 pts

On considère le programme de calcul suivant :

a) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3.

On obtient $(1 + 1)^2 - 1^2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

b) Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?

On obtient $(2 + 1)^2 - 2^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

On considère l'expression $P = (x + 1)^2 - x^2$

c) Développer puis réduire l'expression P .

$P = (x + 1)(x + 1) - x^2 = x^2 + x + x + 1 - x^2 = 2x + 1$

d) Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir 15 comme résultat final ?

Si x est le nombre de départ, on a $2x + 1 = 15$ donc $2x = 15 - 1$ $2x = 14$ et $x = 7$

- Choisir un nombre de départ
- Ajouter 1
- Calculer le carré du résultat obtenu
- Lui soustraire le carré du nombre de départ
- Écrire le résultat final.

Exercice 2 : Faire le bon choix. 5 pts

Attention une erreur enlève 0,5 pt alors que l'absence de réponse n'enlève rien.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
1. $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + \frac{2}{3}$ est égal à	$\frac{3}{5} \div \frac{7}{3}$	$\frac{5}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$	$\frac{5}{3} - \frac{9}{10} + \frac{2}{3}$	$\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$
2. Pour $x = 2\sqrt{5}$, l'expression $x^2 + 2x + 1$ vaut	$25\sqrt{5}$	$25\sqrt{5} + 1$	$21 + 4\sqrt{5}$	$11 + 4\sqrt{5}$
3. Donner l'écriture scientifique de 0,007 23	723×10^{-5}	$7,23 \times 10^{-3}$	$7,23 \times 10^3$	$0,723 \times 10^{-2}$
4. Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - x$	L'image de -1 est -2	L'image de -1 est 0	0 a pour antécédent 0 et -1	L'image de -1 est 2
5. L'expression développée de $3x(5 - 4x)$ est :	$15x - 12x$	$15x - 12x^2$	$3x^2$	$3x$

Exercice 3 : Retour aux racines. 3 pts

On donne $A = \frac{10 - 9 \times 2}{2}$. Deux élèves effectuent le calcul à la main Sophie trouve 1 alors qu'Éric trouve -4 .

a) Qui a raison ? Préciser l'erreur commise par l'autre élève.

En respectant la priorité de la multiplication sur l'addition $A = \frac{10 - 18}{2} = \frac{-8}{2} = -4$. **Eric a raison**

b) On donne $B = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$ Prouver que $B = 3\sqrt{3}$. Indiquer toutes les étapes de calcul.

$B = \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{100 \times 3} = 3\sqrt{3} + 5 \times 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3}(3 + 10 - 10) = 3\sqrt{3}$

c) On donne $C = \frac{4 \times 10^3 \times 0,3 \times (10^{-2})^2}{6 \times 10^2 \times 5}$ Donner l'écriture scientifique de C. Indiquer toutes les étapes de calcul.

$C = \frac{4 \times 0,3}{6 \times 5} \times \frac{10^3 \times 10^{-4}}{10^2} = \frac{1,2}{30} \times \frac{10^{-1}}{10^2} = 0,04 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-5}$ en écriture scientifique

Exercice 4 : Des formes simples. 4 pts

ABCD est un rectangle tel que $AB=30$ cm et $BC=24$ cm.

On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris.

On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en noir.

a) Calculer le périmètre du rectangle central si $x = 7$ cm.

Sa longueur est $30 - 2 \times 7 = 16$ cm, et sa largeur est $24 - 2 \times 7 = 10$ cm

Son périmètre est $(L + l) \times 2 = (16 + 10) \times 2 = 26 \times 2 = 52$ cm



- b) Quelle doit être la valeur de x pour que le périmètre du rectangle central soit égal à la somme des périmètres des 4 carrés gris ?

Le périmètre du rectangle noir s'exprime par $[(30 - 2x) + (24 - 2x)] \times 2 = (54 - 4x) \times 2 = 108 - 8x$

La somme des périmètres des 4 carrés gris s'exprime par $4 \times x \times 4 = 16x$

Les 2 nombres étant égaux, on a $108 - 8x = 16x$

$$\text{d'où } 108 = 16x + 8x$$

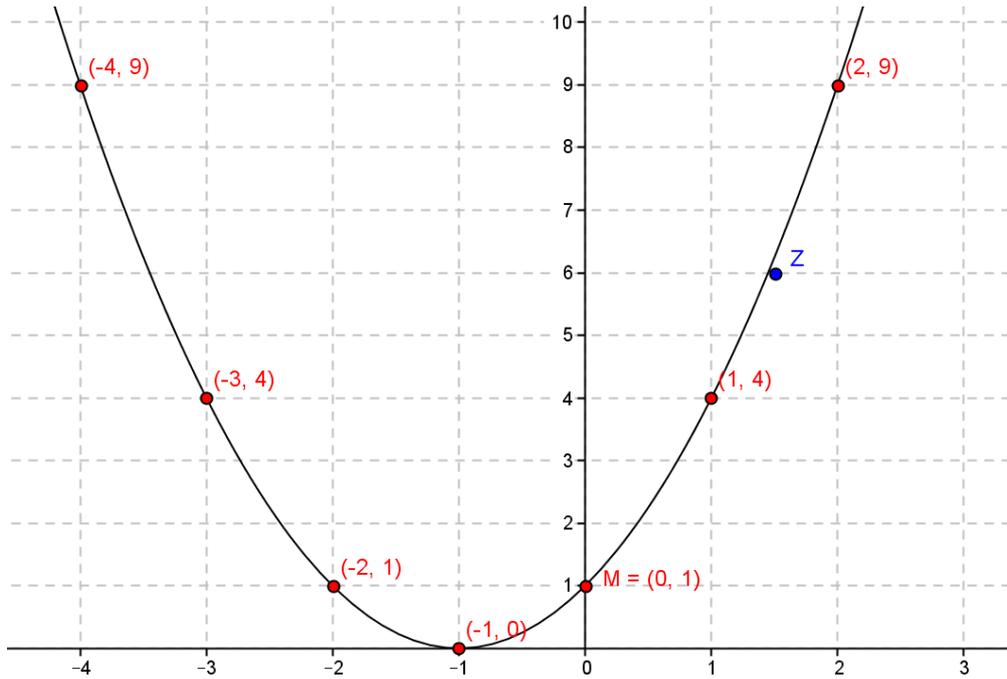
$$108 = 24x \text{ et finalement } x = \frac{108}{24} \quad x = 4,5\text{cm}$$

Exercice 5 : Une forme complexe . 7 pts

Soit f une fonction définie par le tableau de valeurs suivant

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

- a) Tracer dans le repère ci-dessous la courbe représentative de la fonction f .



- b) Quelle est l'image de 1 par la fonction f ? 1 a pour image 4
c) Donner deux antécédents de 4 par la fonction f . 4 a pour antécédents -3 et 1
d) Placer le point M (0 ; 1) dans le repère, justifier pourquoi ce point appartient à la courbe.

1 est l'image de 0 (voir tableau) donc le point M(0;1) appartient à la courbe

On donne $f: x \rightarrow (x + 1)^2$.

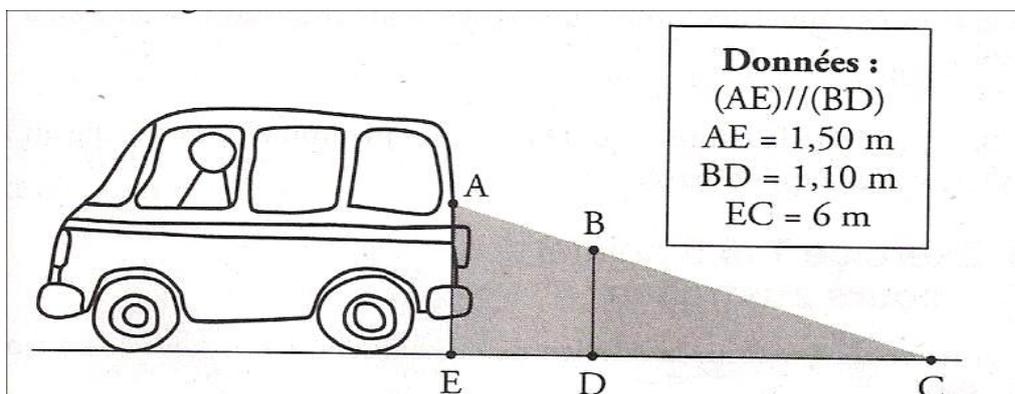
- e) Placer le point Z (1,5 ; 6) dans le repère, ce point appartient-il à la courbe, justifier votre réponse.

Calculons l'image de 1,5 $f(1,5) = (1,5 + 1)^2 = 2,5^2 = 6,25$ donc (1,5;6) n'est pas sur la courbe

Exercice 6 : Un angle mort. 5 pts

En se retournant lors d'une marche arrière, le conducteur d'une camionnette ne voit le sol qu'à partir de 6 mètres derrière son véhicule.

Sur le schéma, la zone grisée correspond à ce que le conducteur ne voit pas, c'est l'angle mort en marche arrière pour ce véhicule.



a) Calculer la longueur DC.

Nous sommes dans une situation du théorème de Thalès

Les droites (AB) et (ED) sont sécantes en C et (AE) est parallèle à (BD) donc d'après le théorème de

Thales, $\frac{CB}{CA} = \frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE}$ d'où $\left(\frac{CB}{CA}\right) = \frac{CD}{6} = \frac{1,10}{1,50} =$ d'où $CD = \frac{6 \times 1,10}{1,50}$ **CD = 4,40m**

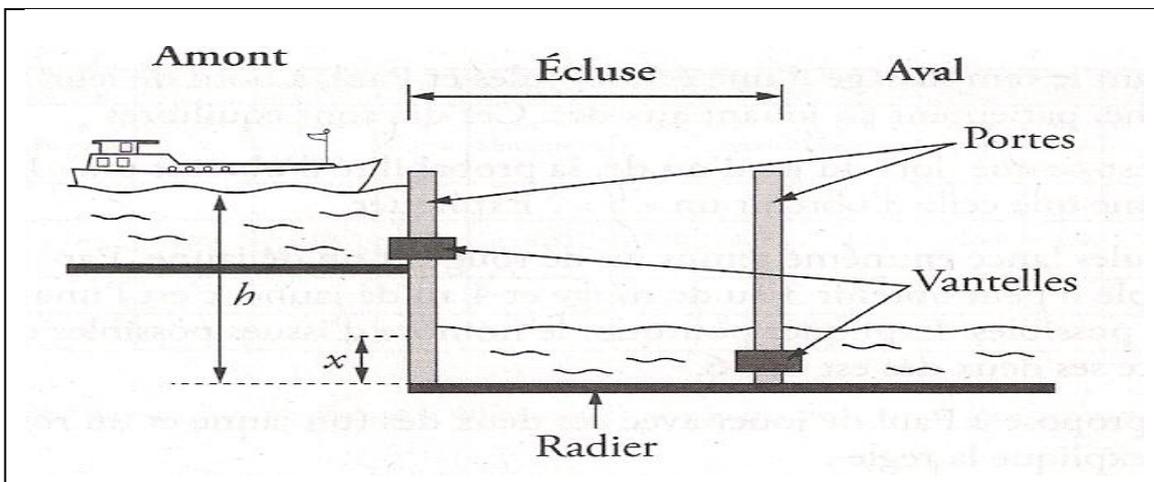
b) En déduire que ED=1,60 m. **ED = EC – CD = 6m – 4,40m = 1,60m**

c) Une fillette de 2 ans qui mesure 1,10 m passe à 1,40 m derrière cette camionnette. Le conducteur peut-il la voir ? Expliquer pourquoi.

La fillette passe entre E et D et sa tête se trouve à la hauteur du point B donc elle est dans l'angle mort et le conducteur ne peut pas la voir.

Exercice 7 : L'écluse des Fontinettes à Arques. 5 pts

Principe d'une écluse : Il s'agit de remplir ou de vider l'écluse afin qu'un bateau puisse passer du canal Amont vers le canal Aval et inversement. Pour cela on utilise des vannes pilotées (vantelles).



On note h la hauteur d'eau en amont et x la hauteur d'eau dans l'écluse. Lorsqu'une péniche se présente en amont de l'écluse, on a **$h = 13\text{ m}$ et $x = 3\text{ m}$** .

Sachant que la vitesse en m/s de l'écoulement d'un fluide est donnée par la formule de Torricelli tel que :

$$v = \sqrt{2g(h - x)}$$

avec $g = 9,81$ (accélération due à la pesanteur)

En considérant l'ouverture des vannes instantanée :

a) Calculer la vitesse de l'eau en m/s s'écoulant par la vantelle aval au début de la vidange de l'écluse.

On remplace dans cette formule, les lettres par leurs valeurs numériques

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 (13 - 3)} = \sqrt{19,62 \times 10} = \sqrt{196,2} \approx \mathbf{14\text{m/s}}$$

b) En déduire pour quelle valeur de x la vitesse d'écoulement sera nulle.

La vitesse est nulle si le nombre sous le radical est nul donc si $2g(h - x) = 0$

g n'est pas nul (ou très loin de la terre) il faut donc $h - x = 0$ donc $h = x$

Lorsque la hauteur x sera la même que h , l'eau cessera de s'écouler.

c) À partir du graphique de la page 4/4, déterminer approximativement la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur d'eau dans l'écluse est de 10m et ensuite de 5 m

La vitesse se lit en ordonnée et la hauteur d'eau en abscisse donc on lit

Pour 10m, la vitesse est de 7,7m/s et pour 5m la vitesse est de 12,5m/s

d) Peut-on dire que la vitesse de l'écoulement est proportionnelle à la hauteur d'eau ? Justifier votre réponse.

La courbe n'est pas une droite donc il n'y a pas proportionnalité entre la hauteur de l'eau et la vitesse d'écoulement

Vitesse d'écoulement en fonction de la hauteur d'eau dans l'écluse



Vitesse d'écoulement en fonction de la hauteur d'eau dans l'écluse

Exercice 8 : Les portes « brusquées » en Amont. 3 pts

Certaines écluses ont des portes dites « brusquées » c'est-à-dire qu'elles forment un angle pointé vers l'amont afin de résister à la pression de l'eau.

- a) Sachant que les deux portes sont identiques, calculer la longueur PA d'une porte au cm près.

Dans le triangle APH rectangle H $\widehat{PAH} = 90 - 75 = 15^\circ$

$$\cos \widehat{PAH} = \frac{AH}{AP} \text{ donc } \cos 15^\circ = \frac{6}{AP} \text{ d'où } AP = \frac{6}{\cos 15^\circ} \approx 6,21 \text{ m}$$

L'écluse des Fontinettes est un bac rectangulaire dont les dimensions sont : 145 m de long sur 12 m de large et 13 m de haut

- b) Calculer le volume, en m^3 , d'eau contenue dans cette écluse.

$$\text{Volume} = L \times l \times h = 145 \times 12 \times 13 = \mathbf{22620 \text{ m}^3}$$

Le débit moyen d'un fluide est donné par la formule suivante : $Q = S \times v$

Avec : Q le débit en m^3 / s ; v la vitesse moyenne d'écoulement en m / s

et S la section de passage en m^2 . On mesure environ 40 min pour remplir les 20 000 m^3 de l'écluse en considérant une vitesse moyenne d'écoulement de 7 m/s.

- c) Calculer la section, en m^2 des vannes Amont de l'écluse des Fontinettes. Arrondir au centième.

$$\text{Si } Q = S \times v, \text{ on en déduit } S = \frac{Q}{v}$$

$$20\,000 \text{ m}^3 \text{ en } 40 \text{ min, cela fait un débit de } \frac{20\,000}{40} = 500 \text{ m}^3 \text{ par minute donc } \frac{500}{60} \approx 8,333 \text{ m}^3 \text{ par seconde}$$

$$\text{Donc } S = \frac{8,33}{7} \approx \mathbf{1,19 \text{ m}^2}$$

