Calcul Littéral (1)

I Développer et réduire

Rappel des classes précédentes

Règles générales

distributivité simple $\boxed{a(b + c - d) \quad = \quad ab + ac - ad}$

produit de 2 sommes $\boxed{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}$

Le 1er membre est une expression factorisée (un produit)

Le 2ème membre est une expression développée (une somme)

On développe un produit pour obtenir une somme

Exemples :

Développer et réduire :

On reconnaît 2 « expressions produit » que l'on **développe** avec la 1ère règle on notera que la règle des signes de la multiplication s'applique. On **réduit** les termes « de même unité » Le calcul est terminé, ces 2 derniers termes ne peuvent plus se réduire	$\underbrace{2(x - 2)} + 5x - \underbrace{7(2x + 3)} =$ et $4x - 4 \quad + 5x - 14x - 21 \quad =$ $4x + 5x - 14x - 4 - 21 \quad =$ $\mathbf{-5x \quad - 25}$
On reconnaît un produit de 2 sommes, que l'on **développe** à l'aide de la 2ème règle, en multipliant chaque terme de la 1ère somme par chaque terme de la 2ème. On **réduit** comme précédemment Le calcul est terminé ces 3 termes ne sont plus réductibles.	$(2 - 3x)(x + 5) \quad =$ $2x + 10 - 3x^2 - 15x \quad =$ $2x - 15x \quad + 10 - 3x^2 =$ $\mathbf{-13x + 10 - 3x^2}$

II Factorisation d'une somme

1. Une transformation déjà connue

Dans le 1er exemple du I, nous avons réduit $4x + 5x - 14x$ en $-5x$ car $4 + 5 - 14 = -5$. Le x a été mis en facteur de la façon suivante

$$4x + 5x - 14x = x(4 + 5 - 14) = x(-5) = -5x$$

2. Factoriser en reconnaissant un facteur commun

$$\boxed{\underbrace{ab + ac - ad}_{\text{somme}} = \underbrace{a(b + c - d)}_{\text{produit}}}$$

On factorise une somme pour obtenir un produit

Le **facteur commun a** peut être un **nombre**, une **lettre** ou une **expression entre parenthèses** comme dans les exemples ci-dessous.
Exemples :

	$\mathbf{3}x - \mathbf{6}y + \mathbf{21}z =$
On remarque qu'il y a 3 nombres multiples de **3**	$\mathbf{3}x - \mathbf{3} \times 2y + \mathbf{3} \times 7z =$
Le nombre 3 devient alors un facteur commun dans chaque terme de la somme.	$\mathbf{3}(x - 2y + 7z)$

	$4\boldsymbol{x}y - 3\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^2 =$
On remarque qu'il y a la lettre $\boldsymbol{x}$ dans chaque terme	$\boldsymbol{x} \times 4y - 3\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{x} =$
Le nombre $\boldsymbol{x}$ est alors le facteur commun à chaque terme de la somme	$\boldsymbol{x}(4y - 3 + x)$

Vu au brevet →	$(x + 4)(x + 2) - 3(x + 2) =$
Cette somme a 2 termes $(x + 4)(x + 2)$ et $- 3(x + 2)$. Chaque terme est un produit de 2 facteurs. Le facteur commun est $\mathbf{(x+ 2)}$	$(x + 4)\mathbf{(x + 2)} - 3\mathbf{(x + 2)} =$
Le nombre $\mathbf{(x+ 2)}$ est alors mis en facteur comme **a** dans **a**b − **a**c = **a**(b − c)	$\mathbf{(x+ 2)[}(x + 4) - 3\ ] =$
Il reste à réduire le 2ème facteur entre les [ ]	$\mathbf{(x+ 2)}[\ x + 4 - 3] =$ $\mathbf{(x + 2)(x + 1)}$

Exercices : Factoriser les expressions suivantes

- $(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$
- $(x + 6)(3x + 5) + (x + 6)$

III Notion d'équation

1. Définition

Une **équation** à une inconnue est une égalité dans laquelle un nombre est désigné par une lettre.

Exemple :

$\underbrace{2x + 2}_{\text{premier membre}} = \underbrace{3(x - 1) + 1}_{\text{second membre}}$ est une équation à une inconnue x

Si on teste la valeur **1** pour x, on obtient :

2 x **1** + 2 = 3(**1** − 1) + 1 soit 4 = 1 , cette égalité est fausse

Si on teste la valeur x = **4**

2 x **4** + 2 = 3(**4** − 1) + 1 soit 10 = 10 cette égalité est vraie

et le nombre **4** s'appelle une **solution de l'équation.**

Résoudre une équation à une inconnue x, c'est trouver toutes les solutions possibles (les valeurs de x pour que l'égalité soit vraie).

Le **degré d'une équation** à une inconnue x, est l'exposant le plus élevé de x (après développement et réduction)

Exemples :

- L'exemple précédent est du 1er degré (degré1) car $x = x^1$
- $2x^2 - x = 12$ est du second degré (degré 2) car il y a x^2
- $(2x + 3)(5x - 1) = 12$ est aussi du second degré car après développement on obtient $10x^2 + 13x - 3 = 12$
- $(3x - 2)^2 = 9x^2$ est du 1er degré malgré les apparences

......(*à développer et réduire)*

2. Propriétés

On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres sans changer une égalité.

a, b et c étant 3 nombres relatifs,
si $a = b$ alors $a + c = b + c$
et $a - c = b - c$

On peut multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul sans changer une égalité.

a, b et c étant 3 nombres relatifs,
et $c \neq 0$
si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$
et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Applications immédiates:

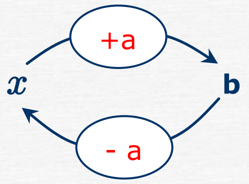
Si $x + a = b$
alors $x = b - a$

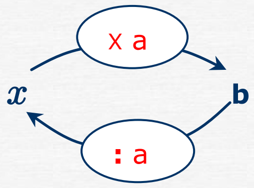
Propriété 1

Si $ax = b$
alors $x = \frac{b}{a}$

Propriété 2

avec des opérateurs





3. Résoudre une équation

Résoudre l'équation $4(2x - 5) = 2 + 10(x - 2)$: **la méthode**

1.	On peut développer et réduire chaque membre	$4(2x - 5) = 2 + 10(x - 2)$ $8x - 20 = 2 + 10x - 20$ $8x \mathbf{- 20} = -18 \mathbf{+ 10x}$
2.	On peut regrouper les termes en x dans un membre et les nombres connus dans l'autre	$8x \mathbf{- 10x} = -18 \mathbf{+ 20}$ $-2x = 2$

3.	Il reste à diviser les 2 membres par un même nombre (ici -2)	$\frac{-2x}{-2} = \frac{2}{\mathbf{-2}}$ x = -1
4.	Il faut vérifier dans l'équation de départ	4(2 $\times$ (**-1**) – 5) = 2 + 10(**-1** – 2) 4(-7) = 2 +10(-3) -28 = -28
5.	Pour terminer il faut conclure	La solution est **-1**

On peut remarquer dans la 2ème étape de la méthode que

Dans une équation, on peut changer un terme de membre en changeant son signe.