

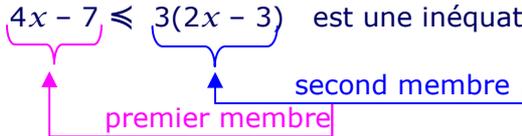


# I Généralités

## 1. Définition

Une **inéquation** à une inconnue est une inégalité dans laquelle un nombre est désigné par une lettre.

**Exemple :**  $4x - 7 \leq 3(2x - 3)$  est une inéquation à une inconnue  $x$



Si on teste la valeur **0** pour  $x$ , on obtient :

$$4 \times 0 - 7 \leq 3(2 \times 0 - 3) \text{ soit } -7 \leq -9, \text{ cette inégalité est fausse.}$$

Si on teste la valeur  $x = \mathbf{2}$

$$4 \times 2 - 7 = 3(2 \times 2 - 3) \text{ soit } 1 \leq 3, \text{ cette inégalité est vraie.}$$

et le nombre **2** s'appelle une **solution de l'inéquation**.

**Résoudre une inéquation** à une inconnue  $x$ , c'est trouver toutes les solutions (les valeurs de  $x$  pour que l'inégalité soit vraie).

## 2. Propriétés Les symboles d'inégalité sont $\leq, \geq, <$ et $>$

Dans une inégalité,

On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres sans changer l'ordre.

$a, b$  et  $c$  étant 3 nombres relatifs,  
si  $a \leq b$  alors  $a + c \leq b + c$   
et  $a - c \leq b - c$

On peut multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre strictement positif sans changer l'ordre.

$a, b$  et  $c$  étant 3 nombres relatifs,  
et  $c > 0$  ( $c$  positif et non nul)  
si  $a \leq b$  alors  $a \times c \leq b \times c$   
et  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

On peut multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre strictement négatif à condition de changer l'ordre.

$a, b$  et  $c$  étant 3 nombres relatifs,  
et  $c < 0$  ( $c$  négatif et non nul)  
si  $a \leq b$  alors  $a \times c \geq b \times c$   
et  $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

### Applications immédiates:

Si  $x + a \leq b$   
alors  $x \leq b - a$

Propriété 1

$$x + 7 \leq -5$$

$$x \leq -5 - 7 \text{ soit } x \leq -12$$

Si  $3x \leq 7$   
alors  $x \leq \frac{7}{3}$  Propriété 2

Si  $-3x \leq 7$   
alors  $x \geq \frac{7}{-3}$  Propriété 3

On remarquera le changement de sens de l'inégalité, puisqu'on a divisé les 2 membres par le nombre négatif -3

## II Résoudre une inéquation à une inconnue

Résoudre l'inéquation  $4(2x - 5) < 2 + 10(x - 2)$  : **la méthode**

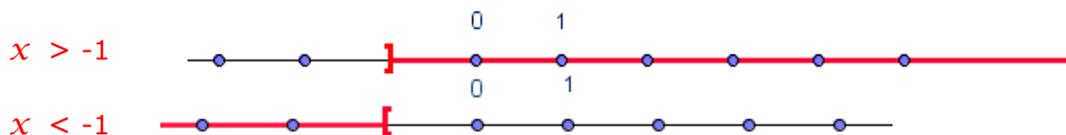
1.	On peut <b>développer et réduire</b> chaque membre	$4(2x - 5) < 2 + 10(x - 2)$ $8x - 20 < 2 + 10x - 20$ $8x - 20 < -18 + 10x$
2.	On peut <b>regrouper les termes</b> en $x$ dans un membre et les nombres connus dans l'autre	$8x - 10x < -18 + 20$ $-2x < 2$
3.	Il reste à <b>diviser les 2 membres</b> par un même nombre (ici <b>-2</b> donc il faut changer le sens de l'inégalité)	$\frac{-2x}{-2} > \frac{2}{-2}$ $x > -1$
4.	Pour terminer il faut <b>conclure</b>	Les solutions sont les nombres supérieurs à <b>-1</b>

On peut remarquer dans la 2<sup>ème</sup> étape de la méthode que

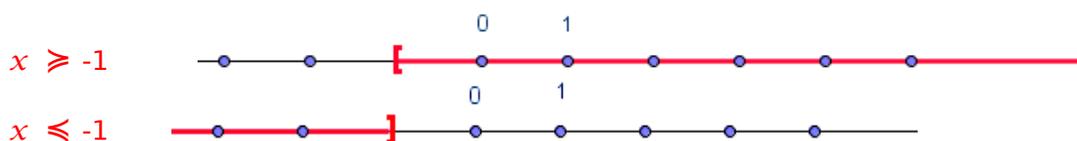
Dans une inéquation, on peut changer un terme de membre en changeant son signe.

## III Représentation graphique des solutions

Le nombre de solutions d'une inéquation étant infini, on représente ces solutions sur une droite graduée en coloriant l'intervalle des solutions. Voici 4 exemples



Le nombre -1 ne fait pas partie des solutions. Les 2 **crochets** sont **ouverts**



Le nombre -1 fait partie des solutions. Les 2 **crochets** sont **fermés**.