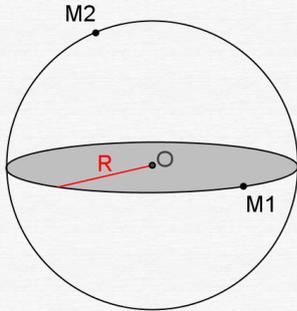




## I SPHERE et BOULE



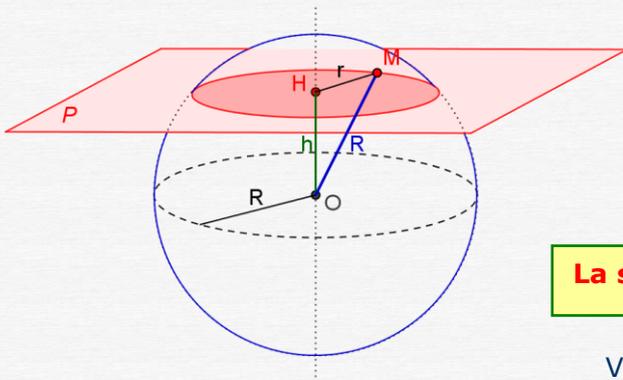
La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à la distance R du point O

C'est donc une surface comme une balle de ping-pong, la croute terrestre, un ballon de football ....  
Pour tout point M de la sphère,  $OM = R$

La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance inférieure ou égale à R du point O

C'est par exemple la terre, une bille, une boule de pétanque....  
Pour tout point M d'une boule,  $OM \leq R$

## II Section d'une sphère par un plan



La sphère de centre O et de rayon R est coupée par le plan P

$OH = h$  est la distance du centre au plan  
Le plan coupe la sphère si  $h < R$

**La section d'une sphère par un plan est un cercle**

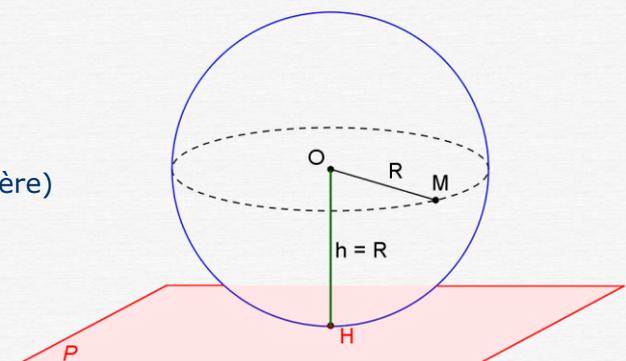
Voir l'animation [ici](#)

Ici, la section est le cercle de centre H et de rayon r

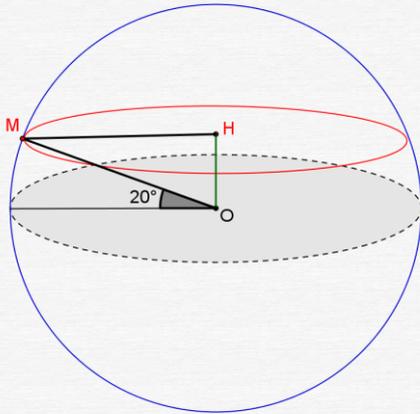
Le calcul du rayon r de la section peut se faire à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en H :

$$R^2 = h^2 + r^2 \text{ d'où } r^2 = R^2 - h^2 \text{ et } r = \sqrt{R^2 - h^2}$$

Si la distance h est égale au rayon alors le plan est **tangent** à la sphère (il a un seul point commun avec la sphère)



### III Exercice résolu



Calculer la longueur du 20<sup>ème</sup> parallèle de la sphère terrestre.  
On donne le rayon de la terre = 6400km

Il s'agit de calculer la longueur d'un cercle tel que tous ses points forment un angle au centre de 20° avec le plan de l'équateur (voir figure)

M étant un point du 20<sup>ème</sup> parallèle, (OH) étant perpendiculaire à la section, le triangle OMH est un triangle rectangle en H. Calculons alors le rayon MH.

$$\widehat{MOH} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\sin 70^\circ = \frac{MH}{OM} = \frac{MH}{6400}, \text{ on en déduit } MH = 6400 \times \sin 70^\circ$$

La longueur d'un cercle étant donnée par la formule  
 $L = 2\pi R \approx 2 \times 3,14 \times MH = 2 \times 3,14 \times 6400 \times \sin 70^\circ$   
 $L \approx 37768$

**Le 20<sup>ème</sup> parallèle mesure environ 37768km.**

### IV Exercices de recherche

La géode est une salle de projection cinématographique à Paris. Extérieurement c'est une sphère de 36m de diamètre ;  
La partie visible au-dessus du sol est une calotte sphérique de 29m de hauteur.  
Calculer le rayon du cercle de section de la géode avec le sol.

