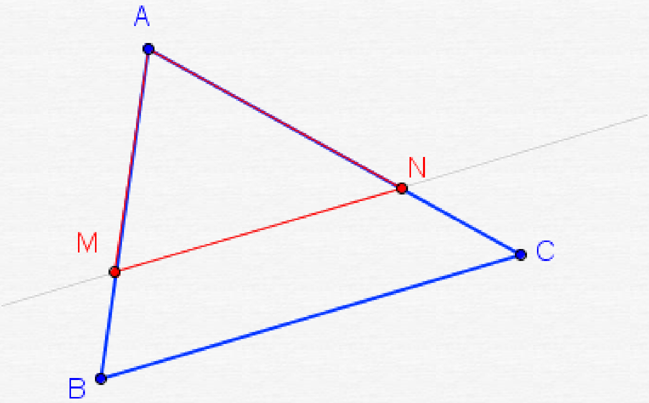
THEOREME DE THALES
DANS LE TRIANGLE

I Enoncé du théorème

Faire l'activité « propriété de Thales »



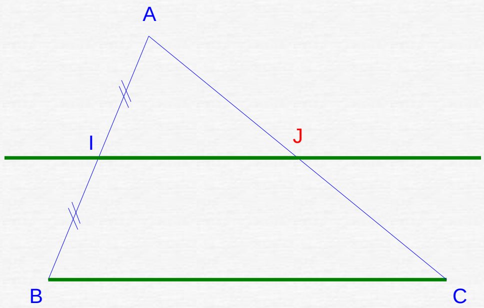
Dans un triangle ABC,
M étant un point du côté [AB],
N un point du côté [AC]
si (MN) // (BC)
alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Remarques :

- Les 3 numérateurs **AM**, **AN**, **MN** sont les côtés du triangle AMN
- Les 3 dénominateurs **AB**, **AC**, **BC** sont les côtés du triangle ABC
- On peut dire que les **longueurs des côtés** des 2 triangles **sont proportionnelles**.
- Dans le cas particulier où M est le milieu du segment [AB], nous retrouvons une situation déjà rencontrée.

pour rappel

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un 2ème côté alors elle coupe le 3ème côté en son milieu.

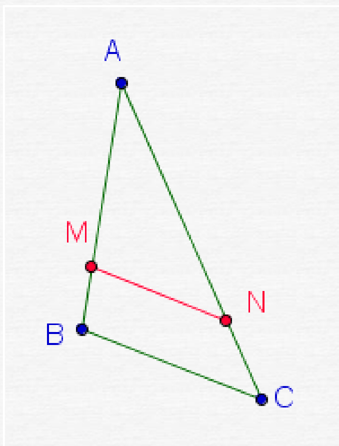


En effet, si I est le milieu du segment [AB]
alors $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{1}{2}$ et comme $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{AJ}{AC}$, J est aussi le milieu du segment[AC]

II Applications du théorème

1. Calculer une longueur

On donne la figure suivante dans laquelle AB = 4cm, AC = 5cm, BC = 2cm. Le point M se trouve sur [AB] et AM = 3cm.
On a aussi (MN) // (BC) avec le point N sur [AC]
Calculer les longueurs AN et MN.



La figure n'est pas en vraie grandeur

On peut remarquer que toutes les conditions sont réunies pour utiliser le théorème de Thales dans le triangle ABC

Rédaction de la solution

Dans le triangle ABC, on sait que M $\in$ [AB] que N $\in$ [AC] et que (MN) // (BC).
D'après le théorème de Thales dans le triangle on peut affirmer que
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. En remplaçant les longueurs connues on obtient

$\frac{3}{4} = \frac{AN}{5} = \frac{MN}{2}$. Calcul de AN : $\frac{3}{4} = \frac{AN}{5}$ d'où AN = $\frac{3 \times 5}{4}$ = 3,75 ***(produit en croix)***

Calcul de MN : $\frac{3}{4} = \frac{MN}{2}$ d'où MN = $\frac{2 \times 3}{4}$ = 1,5 ***(même méthode)***

On conclut : **AN = 3,75cm** et **MN = 1,5cm**

2. Réduction et agrandissement

Reprenons l'exercice précédent. On a donc $\frac{3}{4} = \frac{3,75}{5} = \frac{1,5}{2}$ (= 0,75)

Cette situation de proportionnalité peut se traduire dans un tableau.

Triangle AMN	3	3,75	1,5
Triangle ABC	4	5	2

$\times \frac{4}{3}$ **Coefficient d'agrandissement**

Les dimensions du triangle ABC s'obtiennent en multipliant celles du triangle AMN par $\frac{4}{3}$

Le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN.
Dans l'autre sens,

Triangle ABC	4	5	2
Triangle AMN	3	3,75	1,5

$\times \frac{3}{4}$ **Coefficient de réduction**

Les dimensions du triangle AMN s'obtiennent en multipliant celles du triangle ABC par $\frac{3}{4}$

Si un triangle ABC est un **agrandissement** ou une **réduction** d'un triangle AMN, alors toutes les longueurs du triangle AMN sont multipliées par un même nombre ***k*.**
Pour un agrandissement, ***k* > 1**
Pour une réduction, ***k* < 1**

AB = AM x $\frac{4}{3}$

AC = AN x $\frac{4}{3}$

BC = MN x $\frac{4}{3}$

AM = AB x $\frac{3}{4}$

AN = AC x $\frac{3}{4}$

MN = BC x $\frac{3}{4}$

Les mesures des angles des 2 triangles n'ont pas changé.

$\widehat{A}$ est l'angle commun aux 2 triangles

$\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$

$\widehat{ACB} = \widehat{AMN}$